

**1ª Questão** (3 pontos)

Escreva o Dual do modelo abaixo:

$$(\text{MAX}) Z = -2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_5$$

s.a.

$$x_1 + 2x_2 - 7x_3 + 4x_4 - 5x_5 = 18$$

$$-2x_1 - 4x_3 - 5x_4 + x_5 \leq 90$$

$$17x_1 - 15x_3 + 10x_4 - 18x_5 \geq 17$$

$$4x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 11x_5 = 40$$

$$x_1 - x_5 \leq 19$$

$$x_1, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

 $x_2 \Rightarrow$  Irrestrita em sinal**2ª Questão** (4 pontos)

Uma empresa produz determinado produto em 4 fábricas (I, II, III e IV) e os envia para 3 centros de distribuição (A, B e C). A fábrica I pode produzir, por mês, 100 unidades do produto, a fábrica II, 300 unidades, a fábrica III, 400 unidades e a fábrica IV, 600 unidades. Por sua vez, cada centro de distribuição quer 400 unidades do produto, por mês.

O custo de transportar 1 unidade do produto entre cada fábrica e cada centro de distribuição está dado na tabela abaixo:

| Fábrica | Centro Dist. A | Centro Dist. B | Centro Dist. C |
|---------|----------------|----------------|----------------|
| I       | 7              | 3              | 6              |
| II      | 11             | 8              | 2              |
| III     | 9              | 7              | 8              |
| IV      | 3              | 4              | —              |

Nada pode ser transportado da fábrica IV para o Centro C.

Considerando que o objetivo é minimizar o custo total de transporte, como o produto deve ser enviado de cada fábrica para cada Centro de Distribuição e qual será o custo total ?

**3ª Questão** (3 pontos)

É necessário se determinar como 3 tarefas (I, II e III) serão feitas. Existem 4 máquinas (A, B, C e D) que podem fazer as tarefas. Cada tarefa só pode ser feita por uma máquina e cada máquina só pode fazer uma tarefa. O custo de cada máquina fazer cada tarefa está dado na tabela abaixo:

| Tarefa | Máquina A | Máquina B | Máquina C | Máquina D |
|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| I      | 4         | 5         | 6         | 7         |
| II     | 3         | 5         | 8         | 7         |
| III    | 4         | 6         | 5         | 3         |

Qual será o custo total mínimo para se fazer as tarefas e qual máquina ficará sem tarefa para fazer ?

## 1º QUESTAS

$$(MAX) Z = -2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_5$$

s.a.

$$x_1 + 2x_2 - 7x_3 + 4x_4 - 5x_5 = 18 \rightarrow y_1$$

$$-2x_1 - 4x_3 - 5x_4 + x_5 \leq 90 \rightarrow y_2$$

$$-17x_1 + 15x_3 - 10x_4 + 18x_5 \leq -17 \rightarrow y_3$$

$$4x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 11x_5 = 40 \rightarrow y_4$$

$$x_1 - x_5 \leq 19 \rightarrow y_5$$

$$x_1, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

$x_2 \rightarrow$  I. final

## DUAL

$$(MIN) Y = 18y_1 + 90y_2 - 17y_3 + 40y_4 + 19y_5$$

s.a.

$$y_1 - 2y_2 - 17y_3 + 4y_4 + y_5 \geq -2$$

$$2y_1 - 4y_4 = -30$$

$$-7y_1 - 4y_2 + 15y_3 + 6y_4 \geq 4$$

$$4y_1 - 5y_2 - 10y_3 - 8y_4 \geq 0$$

$$-5y_1 + y_2 + 18y_3 + 11y_4 - y_5 \geq 5$$

$$y_2, y_3, y_5 \geq 0$$

$y_1, y_4 \rightarrow$  I. final

MATRIZ ORIGINAL : MINIMIZAR

M = 999.999

|      | D1  | D2  | D3  | ARTIF | DISP |
|------|-----|-----|-----|-------|------|
| F1   | 7   | 3   | 6   | 0     | 100  |
| F2   | 11  | 8   | 2   | 0     | 300  |
| F3   | 9   | 7   | 8   | 0     | 400  |
| F4   | 3   | 4   | M   | 0     | 600  |
| NEC. | 400 | 400 | 400 | 200   |      |

\*\*\*\*\* SOLUÇÃO BÁSICA INICIAL # Vogel # \*\*\*\*\*

|      | D1  | D2  | D3  | ARTIF | DISP |
|------|-----|-----|-----|-------|------|
| F1   |     | 100 |     |       | 100  |
| F2   |     |     | 300 |       | 300  |
| F3   |     | 100 | 100 | 200   | 400  |
| F4   | 400 | 200 |     |       | 600  |
| NEC. | 400 | 400 | 400 | 200   |      |

FUNÇÃO OBJETIVO = 4400

\*\*\*\*\* VALORES DOS V'is / W'js - COEFICIENTES DAS VAR. NÃO BÁSICAS \*\*\*\*\*

|    | D1          | D2          | D3           | ARTIF       | Vi |
|----|-------------|-------------|--------------|-------------|----|
| F1 | 7<br>-5     | 3<br>BÁSICA | 6<br>-2      | 0<br>-4     | -4 |
| F2 | 11<br>-11   | 8<br>-7     | 2<br>BÁSICA  | 0<br>-6     | -6 |
| F3 | 9<br>-3     | 7<br>BÁSICA | 8<br>BÁSICA  | 0<br>BÁSICA | 0  |
| F4 | 3<br>BÁSICA | 4<br>BÁSICA | M<br>-999994 | 0<br>-3     | -3 |
| Wj | 6           | 7           | 8            | 0           |    |

\*\*\*\*\* A ÚLTIMA SOLUÇÃO É ÓTIMA \*\*\*\*\*

| FÁBRICA | c. dist | QTE |
|---------|---------|-----|
| I       | B       | 100 |
| II      | C       | 300 |
| III     | B       | 100 |
| III     | C       | 100 |
| IV      | A       | 400 |
| IV      | B       | 200 |

$$Z^* = 4.400$$

## MATRIZ ORIGINAL : MINIMIZAR COM 1 ARTIFICIAL

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 | 7 |
| 3 | 5 | 8 | 7 |
| 4 | 6 | 5 | 3 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

## SUBTRAINDO MENOR CUSTO DE CADA LINHA

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
| ##### |   |   |   |
| 0     | 1 | 2 | 3 |
| 0     | 2 | 5 | 4 |
| 1     | 3 | 2 | 0 |
| 0     | 0 | 0 | 0 |

## SUBTRAINDO O MENOR CUSTO DE CADA COLUNA

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
| ##### |   |   |   |
| 0     | 1 | 2 | 3 |
| 0     | 2 | 5 | 4 |
| 1     | 3 | 2 | 0 |
| 0     | 0 | 0 | 0 |

## TRAÇANDO RETAS PARA COBRIR TODOS OS ZEROS

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 2 | 5 | 4 |
| 1 | 3 | 2 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

SUBTRAINDO O MENOR DOS NÃO RISCADOS E

|       |   |       |       |  |
|-------|---|-------|-------|--|
|       |   | ##### |       |  |
| 0     | 0 | 1     | 2     |  |
| ##### |   |       |       |  |
| 0     | 1 | 4     | 3     |  |
|       |   |       | ##### |  |
| 2     | 3 | 2     | 0     |  |
|       |   | ##### |       |  |
| 1     | 0 | 0     | 0     |  |

SOMANDO O MENOR NÃO RISCADO ÀS INTERSECÇÕES

SOLUÇÃO ÓTIMA

|       |   |       |       |  |
|-------|---|-------|-------|--|
|       |   | ##### |       |  |
| 4     | 5 | 6     | 7     |  |
| ##### |   |       |       |  |
| 3     | 5 | 8     | 7     |  |
|       |   |       | ##### |  |
| 4     | 6 | 5     | 3     |  |
|       |   | ##### |       |  |
| 0     | 0 | 0     | 0     |  |

-----&gt;&gt; z = 11 &lt;&lt;-----

| <u>TAREFA</u> | <u>MÁQUINA</u> |
|---------------|----------------|
| <u>I</u>      | <b>B</b>       |
| <u>II</u>     | A              |
| <u>III</u>    | D              |

$$z^* = 11$$

MÁQUINA C SEM TAREFA