

1ª Questão (3 pontos)

Escreva o Dual do modelo abaixo:

$$(MAX)Z = 3x_1 - 7x_2 + 7x_4 - 6x_5 - 8x_6$$

s.a.

$$2x_2 + 3x_3 - 8x_4 - 5x_6 \leq 16$$

$$3x_1 + 8x_2 - 7x_4 + 8x_5 + 4x_6 = -5$$

$$x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 - 3x_5 \leq 18$$

$$-12x_1 - 5x_2 + 3x_3 - 5x_6 \geq 8$$

$$12x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 6x_4 + 10x_6 \geq 18$$

$$x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

$x_1, x_6 \Rightarrow$ Irrestritas em sinal

2ª Questão (4 pontos)

Uma empresa produz determinado produto em 3 fábricas (I, II e III) e os envia para 4 centros de distribuição (A, B, C e D). Cada uma das 3 fábricas pode produzir, por mês, 300 toneladas do produto. Por sua vez o centro de distribuição A quer, mensalmente, 100 toneladas do produto, o B quer 500 toneladas enquanto que o C e D querem, cada um, 200 toneladas.

O custo de transportar 1 tonelada do produto entre cada fábrica e cada centro de distribuição está dado na tabela abaixo:

Fábrica	Centro Dist. A	Centro Dist. B	Centro Dist. C	Centro Dist. D
I	4	5	7	8
II	8	2	—	6
III	9	3	11	4

Nada pode ser transportado da fábrica II para o Centro C.

Considerando que o objetivo é minimizar o custo total de transporte, como o produto deve ser enviado de cada fábrica para cada Centro de Distribuição e qual será o custo total?

3ª Questão (3 pontos)

É necessário se determinar como 4 tarefas (I, II, III e IV) serão feitas. Existem 5 máquinas (A, B, C, D e E) que podem fazer as tarefas. Cada tarefa só pode ser feita por uma máquina e cada máquina só pode fazer uma tarefa. O custo de cada máquina fazer cada tarefa está dado na tabela abaixo:

Tarefa	Máquina A	Máquina B	Máquina C	Máquina D	Máquina E
I	9	7	5	9	10
II	7	9	7	—	6
III	7	5	9	5	8
IV	11	8	7	—	11

A máquina D não pode fazer as tarefas II e IV.

Qual será o custo total mínimo para se fazer as tarefas e qual máquina ficará sem tarefa para fazer ?

1ª QUESTÃO

$$(\text{MAX}) Z = 3x_1 - 7x_2 + 7x_4 - 6x_5 - 8x_6$$

s.a.

$$2x_2 + 3x_3 - 8x_4 - 5x_6 \leq 16 \rightarrow y_1$$

$$3x_1 + 8x_2 - 7x_4 + 8x_5 + 4x_6 = -5 \rightarrow y_2$$

$$x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 - 3x_5 \leq 18 \rightarrow y_3$$

$$12x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 5x_6 \leq -8 \rightarrow y_4$$

$$-12x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 - 10x_6 \leq -18 \rightarrow y_5$$

$$x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

$$x_1, x_6 \rightarrow \text{I. dual}$$

Dual

$$(\text{MIN}) Y = 16y_1 - 5y_2 + 18y_3 - 8y_4 - 18y_5$$

s.a.

$$3y_2 + y_3 + 12y_4 - 12y_5 = 3 \rightarrow x_1$$

$$2y_1 + 8y_2 + 5y_3 + 5y_4 - 3y_5 \geq -7 \rightarrow x_2$$

$$3y_1 - y_3 - 3y_4 + 4y_5 \geq 0 \rightarrow x_3$$

$$-8y_1 - 7y_2 + 3y_3 + 6y_5 \geq 7 \rightarrow x_4$$

$$8y_2 - 3y_3 \geq -6 \rightarrow x_5$$

$$-5y_1 + 4y_2 + 5y_4 - 10y_5 = -8 \rightarrow x_6$$

$$y_1, y_3, y_4, y_5 \geq 0$$

$$y_2 \rightarrow \text{I. dual}$$

MATRIZ ORIGINAL : MINIMIZAR

M = 999.999

	D1	D2	D3	D4	DISP
F1	4	5	7	8	300
F2	8	2	M	6	300
F3	9	3	11	4	300
ARTIF	0	0	0	0	100
NEC.	100	500	200	200	

***** SOLUÇÃO BÁSICA INICIAL # Vogel # *****

	A D1	B D2	C D3	D D4	DISP
I F1	100	100	100		300
II F2		300			300
III F3		100		200	300
ARTIF			100		100
NEC.	100	500	200	200	

FUNÇÃO OBJETIVO = 3300

$$Z^* = 3.300$$

***** VALORES DOS V'is / W'js - COEFICIENTES DAS VAR. NÃO BÁSICAS *****

	D1	D2	D3	D4	Vi
F1	4 BÁSICA	5 BÁSICA	7 BÁSICA	8 -2	0
F2	8 -7	2 BÁSICA	M -999995	6 -3	-3
F3	9 -7	3 BÁSICA	11 -6	4 BÁSICA	-2
ARTIF	0 -3	0 -2	0 BÁSICA	0 -1	-7
Wj	4	5	7	6	

***** A ÚLTIMA SOLUÇÃO É ÓTIMA *****

MATRIZ ORIGINAL : MINIMIZAR COM 1 ARTIFICIAL M = 999.999

9	7	5	9	10
7	9	7	M	6
7	5	9	5	8
11	8	7	M	11
0	0	0	0	0

SUBTRAINDO MENOR CUSTO DE CADA LINHA

4	2	#####	4	5
1	3	1	M-6	#####
2	#####	4	0	3
4	1	0	M-7	4
#####	0	0	0	0

SUBTRAINDO O MENOR CUSTO DE CADA COLUNA

4	2	#####	4	5
1	3	1	M-6	#####
2	#####	4	0	3
4	1	0	M-7	4
#####	0	0	0	0

TRAÇANDO RETAS PARA COBRIR TODOS OS ZEROS

4	2	0	4	5
1	3	1	M-6	0
2	0	4	0	3
4	1	0	M-7	4
0	0	0	0	0

SUBTRAINDO O MENOR DOS NÃO RISCADOS E

3	1	0	3	4
1	3	2	M-6	0
2	0	5	0	3
3	0	0	M-8	3
0	0	1	0	0

SOMANDO O MENOR NÃO RISCADO ÀS INTERSECÇÕES

SOLUÇÃO ÓTIMA

	A	B	C	D	E
I	9	7	5	9	10
II	7	9	7	M	6
III	7	5	9	5	8
IV	11	8	7	M	11
RT	0	0	0	0	0

I — C
 II — E
 III — D
 IV — B

MÁQUINA (A) SEM TAREFA.

---->> Z = 24 <<----