

1ª Questão

Escreva o Dual do modelo de P.Linear abaixo:

$$(MAX) Z = -4x_1 + 12x_2 + 16x_3 - 11x_5 + 7x_6$$

s.a.

$$12x_1 + 4x_3 + 9x_4 - 11x_5 = 72$$

$$3x_2 - x_3 - x_6 \geq 72$$

$$2x_1 + 5x_2 - x_4 + x_5 \leq 16$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 - 17x_5 \leq 90$$

$$12x_2 - 4x_4 + 10x_5 + 3x_6 = 28$$

$$x_1, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

$x_2, x_3 \Rightarrow$ Irrestritas em sinal

2ª Questão

Uma empresa produz 2 tipos de produtos (1 e 2). Para fabricá-los são necessários quilos da matéria prima A, quilos da matéria prima B e mão de obra, medida em homens-hora. Assim, para a produção de uma unidade do produto tipo 1 são necessários 3 quilos da matéria prima A, 8 quilos da matéria prima B e 3 homens-hora de mão de obra. Já para cada unidade do produto tipo 2 são necessários 2 quilos da matéria prima A, 5 quilos da matéria prima B e 3 homens-hora de mão de obra.

Cada unidade do produto tipo 1 dá um lucro de \$6 e do produto tipo 2 dá um lucro de \$5. Para o próximo mês, a empresa terá, para fabricar os 2 tipos de produto, 60 quilos da matéria prima A, 180 quilos da matéria prima B e 100 homens-hora.

Para montar o esquema de produção do próximo mês objetivando maximizar o lucro total, foi formulado um modelo de P.Linear que, submetido ao Simplex, apresentou a seguinte solução ótima:

$$(0) Z + \frac{3}{2}x_1 + \frac{5}{2}F_A = 150$$

$$(1) \frac{3}{2}x_1 + x_2 + \frac{1}{2}F_A = 30$$

$$(2) \frac{1}{2}x_1 - \frac{5}{2}F_A + F_B = 30$$

$$(3) -\frac{3}{2}x_1 - \frac{3}{2}F_A + F_H = 10$$

onde x_i é a número de unidades do produto tipo i ($i = 1, 2$) a serem produzidas, F_A é a folga, em quilos, na quantidade da matéria prima A, F_B é a folga, em quilos, na quantidade da matéria prima B e F_H é a folga, em homens-hora, na quantidade da mão de obra.

Responda justificando as perguntas abaixo:

- Quantas unidades de cada tipo de produto serão produzidas e qual será o lucro total ?
- Qual o modelo dual e a solução ótima dual ?
- Está sendo oferecido 1 kilo adicional da matéria prima A ao preço de \$2. Devemos ou não comprá-lo ? Justifique

3ª Questão

Uma locadora tem 4 automóveis sobrando em 4 localidades (I, II, III e IV), ou seja tem 1 automóvel em cada uma destas localidades sem ter locador.

Por sua vez, em 5 outros locais (A, B, C, D e E) existe a necessidade de 1 automóvel em cada uma delas.

A distância, em quilômetros, entre as localidades está dado na tabela abaixo:

	A	B	C	D	E
I	7	9	6	12	12
II	8	10	7	9	11
III	6	9	8	-	7
IV	13	12	10	11	7

Não é possível levar qualquer automóvel da localidade III para a localidade D.

Considerando que o objetivo é levar os automóveis de onde eles estão sobrando para onde há necessidade deles, minimizando o número de quilômetros percorridos, como deve ser feito o deslocamento dos carros? Quantos quilômetros, no total, serão percorridos? Que localidade ficará sem receber automóvel?

1ª QUESTÃO

$$(MAX) z = -4x_1 + 12x_2 + 16x_3 - 11x_5 + 7x_6$$

s.a.

$$\begin{aligned} 12x_1 + 4x_3 + 9x_4 - 11x_5 &= 72 \longrightarrow y_1 \\ -3x_2 + x_3 + x_6 &\leq -72 \longrightarrow y_2 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_4 + x_5 &\leq 16 \longrightarrow y_3 \\ -x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 - 17x_5 &\leq 90 \longrightarrow y_4 \\ 12x_2 - 4x_4 + 10x_5 + 3x_6 &= 28 \longrightarrow y_5 \end{aligned}$$

$$x_1, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

$$x_2, x_3 \rightarrow \text{I. sinal}$$

DUAL

$$(MIN) y = 72y_1 - 72y_2 + 16y_3 + 90y_4 + 28y_5$$

s.a.

$$\begin{aligned} 12y_1 + 2y_3 - y_4 &\geq -4 \\ -3y_2 + 5y_3 - y_4 + 12y_5 &= 12 \end{aligned}$$

$$4y_1 + y_2 - y_4 = 16$$

$$9y_1 - y_3 + 5y_4 - 11y_5 \geq 0$$

$$-11y_1 + y_3 - 17y_4 + 10y_5 \geq -11$$

$$y_2 + 3y_5 \geq 7$$

$$y_2, y_3, y_4 \geq 0$$

$$y_1, y_5 \rightarrow \text{I. sinal}$$

2ª QUESTÃO

PRIMAL

$$(\text{MAX}) Z = 6x_1 + 5x_2$$

A.a.

$$3x_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$8x_1 + 5x_2 \leq 180$$

$$3x_1 + 3x_2 \leq 100$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

a) Tipo 1 = 0 + Tipo 2 = 30 Lucro = \$150

b) (MIN) $Y = 60y_1 + 180y_2 + 100y_3$

A.a.

$$3y_1 + 8y_2 + 3y_3 \geq 6$$

$$2y_1 + 5y_2 + 3y_3 \geq 5$$

$$y_i \geq 0$$

$$Y^* = 150 \quad y_1^* = 5/2 \quad y_2^* = 0 \quad y_3^* = 0$$

c) Sim, pois o seu valor implícito é $5/2$, ou seja maior que \$2.

MATRIZ ORIGINAL : MINIMIZAR

M = 999.999

7	9	6	12	12
8	10	7	9	11
6	9	8	M	7
13	12	10	11	7
0	0	0	0	0

SUBTRAINDO MENOR CUSTO DE CADA LINHA

		#####		
1	3	0	6	6
1	3	0	2	4
#####				
0	3	2	M-6	1
				#####
6	5	3	4	0
	#####			
0	0	0	0	0

SUBTRAINDO O MENOR CUSTO DE CADA COLUNA

		#####		
1	3	0	6	6
1	3	0	2	4
#####				
0	3	2	M-6	1
				#####
6	5	3	4	0
	#####			
0	0	0	0	0

TRAÇANDO RETAS PARA COBRIR TODOS OS ZEROS

1	3	0	6	6
1	3	0	2	4
0	3	2	M-6	1
6	5	3	4	0
0	0	0	0	0

SUBTRAINDO O MENOR DOS NÃO RISCADOS E

0	2	0	5	5
0	2	0	1	3
#####	3	3	M-6	1
6	5	4	4	0
0	0	1	0	0

SOMANDO O MENOR NÃO RISCADO ÀS INTERSECÇÕES

TRAÇANDO RETAS PARA COBRIR TODOS OS ZEROS

0	2	0	5	5
0	2	0	1	3
0	3	3	M-6	1
6	5	4	4	0
0	0	1	0	0

SUBTRAINDO O MENOR DOS NÃO RISCADOS E

0	1	0	4	4
0	1	0	0	2
0	2	3	M-7	0
7	5	5	4	0
1	0	2	0	0

SOMANDO O MENOR NÃO RISCADO ÀS INTERSECÇÕES

SOLUÇÃO ÓTIMA

7	9	6	12	12
8	10	7	9	11
6	9	8	M	7
13	12	10	11	7
0	0	0	0	0

---->> Z = 28 <<----

I → C
 II → D
 III → A
 IV → E

TOTAL KMS: 28

CIDADE NAS ATENDIDA: (B)