

**1ª Questão** (3 pontos)

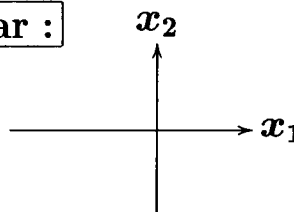
Resolva graficamente o modelo abaixo:

(MAX)  $Z = -9x_1 + 3x_2$

s.a.

- (1)  $-5x_1 + 4x_2 \leq 20$
- (2)  $-4x_1 - 2x_2 \geq 8$
- (3)  $-7x_1 + 7x_2 \geq -49$
- (4)  $7x_1 + 4x_2 \leq 28$
- (5)  $x_1 \geq -2$

Usar :



**INDICAR:**

- a) O espaço solução (hachurando)
- b) O ponto ótimo (apontando)
- c) As restrições redundantes (pelo número)

**2ª Questão** (3 pontos)

Uma locadora tem 5 automóveis sobrando em 5 localidades (A, B, C, D e E), ou seja tem 1 automóvel em cada uma destas localidades sem ter locador. Por sua vez, em 5 outros locais (I, II, III, IV e V) existe a necessidade de 1 automóvel em cada uma delas.

A distância, em quilômetros, entre as localidades está dado na tabela abaixo:

	I	II	III	IV	V
A	15	12	9	13	9
B	13	10	17	10	12
C	20	14	13	12	-
D	14	12	-	7	14
E	18	14	19	11	12

Não é possível levar qualquer automóvel da localidade C para a localidade V e da localidade D para a localidade III.

Considerando que o objetivo é levar os automóveis de onde eles estão sobrando para onde há necessidade deles, minimizando o número de quilômetros percorridos, como deve ser feito o deslocamento dos carros? Quantos quilômetros, no total, serão percorridos?

**3ª Questão** (4 pontos)

Uma empresa produz 3 tipos de produtos (A, B e C). Para fabricá-los 3 matérias primas são necessárias (1, 2 e 3). No próximo mês, as seguintes quantidades, em kilos, destas matérias primas estarão disponíveis: Mat. prima 1 : 32 kilos, Mat. Prima 2 : 40 kilos e Mat. Prima 3 : 12 kilos.

A tabela abaixo dá, para a produção de uma unidade de cada tipo de produto, quantos kilos de cada tipo de matéria prima são necessários:

Produto	Mat. Prima 1	Mat. Prima 2	Mat. Prima 3
A	1	3	1
B	3	1	1
C	2	3	1

Cada unidade do produto tipo A produzida dá um lucro de \$2, do produto B dá um lucro de \$3 e do produto C dá um lucro de \$2.

Objetivando maximizar o lucro total foi formulado um modelo de P.Linear que, submetido ao Simplex, apresentou a seguinte solução ótima:

$$(0) Z + \frac{1}{2}x_C + \frac{1}{2}F_1 + \frac{3}{2}F_3 = 34$$

$$(1) x_B + \frac{1}{2}x_C + \frac{1}{2}F_1 - \frac{1}{2}F_3 = 10$$

$$(2) x_C + F_1 + F_2 - 4F_3 = 24$$

$$(3) x_A + \frac{1}{2}x_C - \frac{1}{2}F_1 + \frac{3}{2}F_3 = 2$$

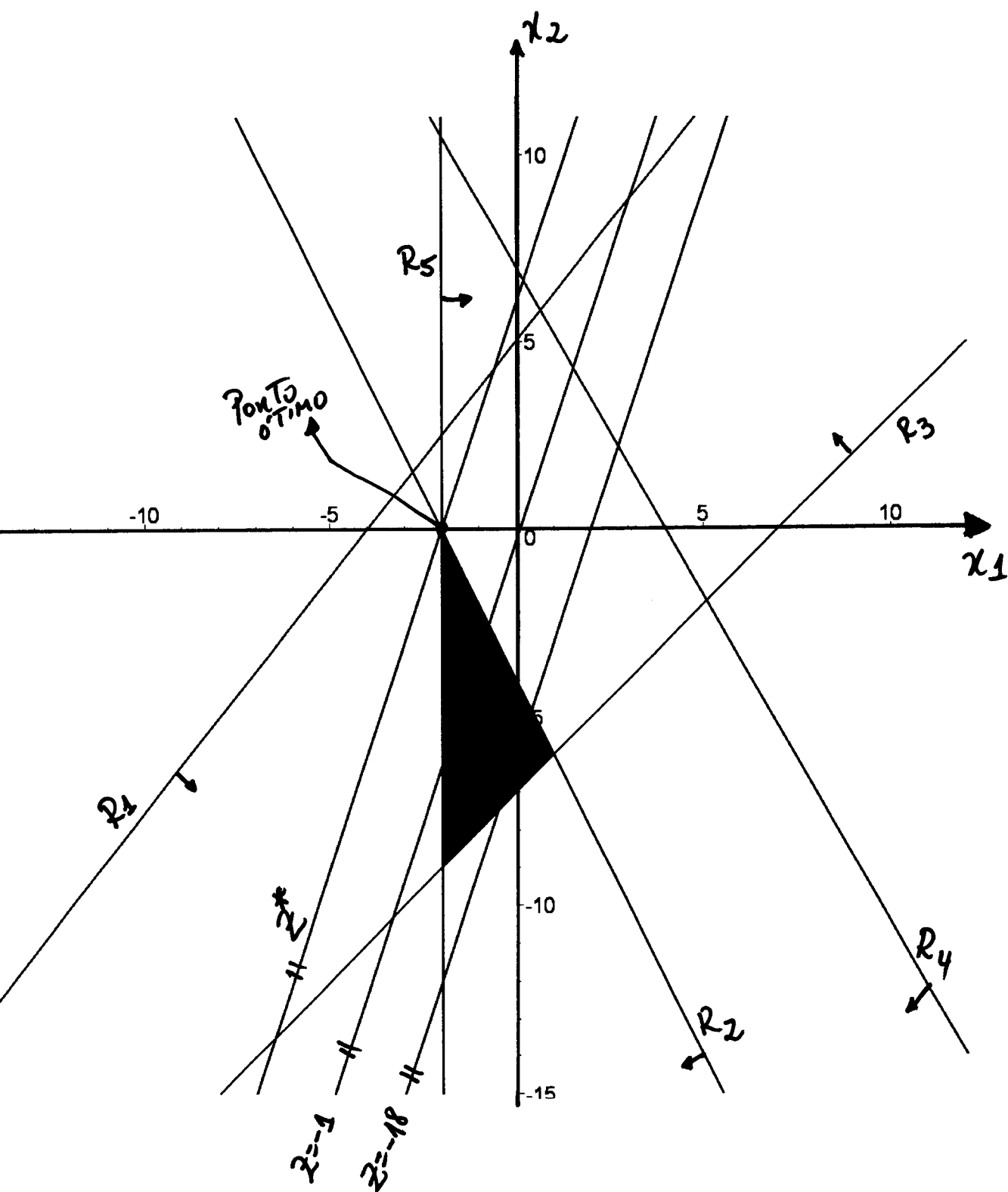
onde  $x_i$  é a número de unidades do produto tipo  $i$  ( $i = A, B, C$ ) a serem produzidas e  $F_j$  é a folga, em kilos, na quantidade da matéria prima  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ).

Responda justificando as perguntas abaixo:

- Quantas unidades de cada tipo de produto serão produzidas e qual será o lucro total ?
- Qual o modelo dual e a solução ótima dual ?
- Está sendo oferecido 1 kilo adicional da matéria prima 3 ao preço de \$2. Devemos ou não comprá-lo ? Justifique
- Qual o intervalo fechado para o lucro do produto tipo C que mantém a solução ótima acima inalterada ?

1ª QUESTÃO

P: 03/09/2003



REDUNDANTES: (1) e (4)

MATRIZ ORIGINAL : MINIMIZAR

M = 999.999

15	12	9	13	9
13	10	17	10	12
20	14	13	12	M
14	12	M	7	14
18	14	19	11	12

SUBTRAINDO MENOR CUSTO DE CADA LINHA

6	3	0	4	0
3	0	7	0	2
8	2	1	0	M-12
7	5	M-7	0	7
7	3	8	0	1

SUBTRAINDO O MENOR CUSTO DE CADA COLUNA

3	3	0	4	0
0	0	7	0	2
5	2	1	0	M-12
4	5	M-7	0	7
4	3	8	0	1

TRAÇANDO RETAS PARA COBRIR TODOS OS ZEROS

3	3	0	4	0
0	0	7	0	2
5	2	1	0	M-12
4	5	M-7	0	7
4	3	8	0	1

SUBTRAINDO O MENOR DOS NÃO RISCADOS E

3	3	#####	5	0
#####	0	7	1	2
4	1	0	0	M-13
3	4	M-8	#####	6
3	2	7	0	#####

SOMANDO O MENOR NÃO RISCADO ÀS INTERSECÇÕES

TRAÇANDO RETAS PARA COBRIR TODOS OS ZEROS

3	3	0	5	0
0	0	7	1	2
4	1	0	0	M-13
3	4	M-8	0	6
3	2	7	0	0

SUBTRAINDO O MENOR DOS NÃO RISCADOS E

2	2	#####	0	5	0
#####	0	0	8	2	3
3	#####	0	0	0	M-13
2	3	M-8	#####	0	6
2	1	7	0	0	#####

SOMANDO O MENOR NÃO RISCADO ÀS INTERSECÇÕES

SOLUÇÃO ÓTIMA

15	12	#####	9	13	9
#####	13	10	17	10	12
20	#####	14	13	12	M
14	12	M	#####	7	14
18	14	19	11	#####	12

----->> Z = 55 <<-----

DE	PARA
A	III
B	I
C	II
D	IV
E	V

$$Z^* = 55$$

### 3ª QUESTÃO

MODELO:

$$(MAX) Z = 2x_A + 3x_B + 2x_C$$

A.a.

$$x_A + 3x_B + 2x_C \leq 32$$

$$3x_A + x_B + 3x_C \leq 40$$

$$x_A + x_B + x_C \leq 12$$

$$x_i \geq 0$$

- a)  $x_B = \text{UNIDADES DO PRODUTO TIPO B} = 10$   
 $x_A = \text{UNIDADES DO PRODUTO TIPO A} = 2$   
 $Z^* = \text{LUCRO TOTAL} = 34$

b) (MIN)  $y = 32y_1 + 40y_2 + 12y_3$   
A.a.

$$y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 2$$

$$3y_1 + y_2 + y_3 \geq 3$$

$$2y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 2$$

$$y_i \geq 0$$

$$y^* = 34$$

$$y_1^* = 1/2$$

$$y_2^* = 0$$

$$y_3^* = 3/2$$

- c) NÃO. O VALOR IMPLÍCITO DA MATÉRIA PRIMA 3 É  $3/2$  (VALOR DA VARIÁVEL  $F_3$  NA EQUAÇÃO) DO ÓTIMO PRIMAL).

- d) SUPONDO O LUCRO IGUAL A  $2+A$

NO DUAL:  $2y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 2+A$

SUBSTITUINDO PELOS VALORES ÓTIMOS DO DUAL:

$$2\left(\frac{1}{2}\right) + 3(0) + \frac{3}{2} \geq 2+A$$

$A \leq 1/2$ , PARA MANTER O ÓTIMO DUAL (E O PRIMAL)

Logo:  $[0, 2 + \frac{1}{2}] \rightarrow [0, \frac{5}{2}]$